

3. Детерминантларни учбурчак шаклига келтириб ҳисобланг:

$$a) \begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix}; \quad б) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 5 & 9 \\ 1 & -1 & 7 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}.$$

Ж: а) 48; б) 20.

4. Детерминантларни олдин соддалаштириб, кейин ҳисобланг:

$$a) \begin{vmatrix} x^2+a^2 & ax & 1 \\ y^2+a^2 & ay & 1 \\ z^2+a^2 & az & 1 \end{vmatrix}; \quad б) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 5 \end{vmatrix}; \quad в) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix}.$$

Ж: а) $a(x-y)(y-z)(z-x)$; б) 640;
в) $(b-a)(c-a)(d-a)(c-b)(d-b)(d-c)$.

1- мустақил иш

Детерминантларни ҳисобланг:

$$1. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} \quad Ж: 32. \quad 2. \begin{vmatrix} 0 & -5 & 3 & 2 \\ 5 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad Ж: 24.$$

$$3. \begin{vmatrix} -4 & -3 & 5 & -2 \\ 5 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 8 & 1 & -6 \\ 5 & -2 & 3 & 8 \end{vmatrix} \quad Ж: 120. \quad 4. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad Ж: 192$$

**2- §. Икки ва уч номаълумли чизикли тенгламалар системаси.
Крамер қондаси. Гаусс усули**

1.2.1. Икки номаълумли иккита чизикли тенгламалар системаси

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases}$$

нинг бош детерминанти $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0$ бўлганда, ягона ечимга

эга ва у Крамер кондаси бўйича қуйидаги формулалар билан ҳисобланади:

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta},$$

бу ерда

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}, \quad \Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}.$$

Агар $\Delta=0$ ва шу билан бирга $\Delta_{x_1}, \Delta_{x_2}$ лардан акалли биттаси нолга тенг бўлмаса, система ечимга эга эмас.

Агар $\Delta = \Delta_{x_1} = \Delta_{x_2} = 0$ бўлса, у ҳолда берилган система чексиз қўп ечимга эга бўлади.

1.2.2. Уч номаълумли учта қизикли тенгламалар системаси

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3, \end{cases}$$

нинг бош детерминанти

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0$$

бўлганда ягона ечимга эга бўлиб, бу ечим Крамер формулалари билан ҳисобланади:

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}, \quad x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta},$$

бунда

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}.$$

Агар $\Delta=0$ ва Δ_{x_1} , Δ_{x_2} , Δ_{x_3} детерминантлардан акалли биттаси нолдан фаркли бўлса, у ҳолда берилган система ечимга эга бўлмайди ва бу система биргаликда бўлмаган система деб аталади. Камида битта ечимга эга бўлган система биргаликдаги система деб аталади.

1-мисол. Чизикли тенгламалар системасини ечинг:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -4; \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 8, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -6. \end{cases}$$

Ечиш. Детерминантларни топамиз:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 8 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & -4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 4.$$

Детерминант $\Delta=4 \neq 0$ бўлгани учун система ягона ечимга эга ва Крамер формуласини қўлаб, уни топамиз:

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} -4 & -2 & 1 \\ 8 & 2 & -1 \\ -6 & -3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 4;$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 3 & 8 & -1 \\ 2 & -6 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 0 & 20 & -4 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 20 & -4 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 8;$$

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 3 & 2 & 8 \\ 2 & -3 & -6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 0 & 8 & 20 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 20 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -4.$$

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta} = 1, \quad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta} = 2, \quad x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta} = -1.$$

1.2.3. n та номаълумли n та чизикли тенгламалар системасини n нинг катта ($n \geq 4$) қийматларида Крамер қондаси билан ечиш бир нечта юқори тартибли детерминантларни ҳисоблашни талаб этади. Шу сабабли, бундай системаларни ечишда Гаусс усулидан фойдаланиш мақсадга мувофиқ. Бу усулнинг моҳияти шундан иборатки, унда номаълумлар кетма-кет йўқотилиб, система учбурчаксимон шаклга келтирилади. Агар система учбурчаксимон шаклга келса, у ягона ечимга эга бўлади ва унинг номаълумлари охириги тенгламадан бошлаб топиб борилади. (Система чексиз кўп ечимга эга бўлса, номаълумлар кетма-кет йўқотилгач, у трапециясимон шаклга келади.)